

き裂の相互作用を考慮したき裂進展シミュレーションモデルの開発

Development of Crack Propagation Simulation Model Considering the Interaction of Multiple Cracks

釜谷 昌幸 (Masayuki Kamaya) *

要約 疲労や環境助長割れによって、表面に発生した複数のき裂は互いに影響を及ぼし合いながら成長する。そして、それらのき裂の内、接近したき裂同士が合体することも観察されている。本研究では有限要素法を用いてさまざまな位置や長さの関係にある複数のき裂の相互影響について解析した。さらに、複数のき裂の位置と長さの入力に対し、自動的に有限要素メッシュを生成するプログラムを開発した。そして、時々刻々と変化する複数のき裂の相互作用を考慮したき裂進展のシミュレーションを行った。その結果2つのき裂が接近した時、たとえ合体が発生せずにき裂先端がすれ違ったとしても、これら2つのき裂は相互影響により、2つのき裂の外側のき裂先端では、単独で存在するよりも成長速度が速くなり、破断時間は合体した場合とほぼ同じ結果になることが分かった。また、モンテカルロ法にてき裂の発生及び進展を計算機上で再現したところ、実際に観察されるような、き裂が段違いに並ぶような分布形態が再現できた。

Abstract There are interactions among multiple cracks generated on plane surfaces caused by fatigue or environmentally assisted cracking. It is observed that these cracks may coalesce as they approach each other. In this study, the interaction of multiple cracks, at various locations and differing lengths, was evaluated using a finite element numerical model. In addition, a program was developed that is capable of automatically generating a finite element mesh, once the locations and length of multiple cracks are input. The program was used to simulate the growth of two or more cracks taking into consideration continuous changes in the interactions of multiple cracks. The simulation results showed that the outer edges of two cracks, which approached each other, without coalescing and without the edges meeting, grew faster than the edge of a single crack because of their interaction. It was also revealed that the fracture time of such cracks was almost the same as that of the coalesced cracks. Monte Carlo computer simulations were carried out to reproduce the crack occurrence and growth. The simulation succeeded in reproducing the real crack distribution in which cracks existed unevenly.

Keywords Crack propagation, finite element method, J-integral, multiple cracks, crack coalescence, Monte Carlo simulation.

1. 緒言

機器寿命を予測する上で、その材料に発生するき裂、特に寿命の大半を占めていると言われている微小き裂の進展評価は重要である。疲労や環境助長割れ (Environmentally Assisted Cracking, 以下EAC) によるき裂を考えるにあたり、実用上多くの場合対

象となるのは表面に発生するき裂である。表面に発生するき裂の進展挙動の特徴は、複数のき裂が相互に影響し合い、場合によっては合体しながら成長することが挙げられ、特にEACにおける微小き裂では合体によりき裂が進展するとも言われている⁽¹⁾。従ってき裂進展評価を行う場合には、この複数き裂の相互作用を考慮した解析が必要になる。

この問題に対し、複数のき裂の相互作用を考慮し

* (株)原子力安全システム研究所 技術システム研究所

ながらき裂進展を予測する試みはいくつか報告されている⁽²⁾⁻⁽⁵⁾。これらの報告では、複数のき裂の相互作用を表現する手段として、それぞれのき裂の周囲にき裂長さから決定される単純な形状の、き裂先端の応力が互いに強め合う領域と、逆に応力が緩和される応力緩和域を設定する手法が用いられている。この手法では、き裂の成長速度の変化、き裂同士の合体及び成長の停滞などといったき裂の相互作用による成長挙動に関するルールが、き裂が互いの応力を強め合う領域及び応力緩和域に存在するかどうかで決定される。そして、このルールを適用したモンテカルロシミュレーションにより、確率的なき裂の進展挙動が予測されている。

しかし、き裂相互の影響を正確に評価する為には、2つのき裂のみを対象とした場合でもそれぞれの長さや2次元的な位置関係、またそれらの時間変化を合わせて検討することが必要であり、単純にき裂長さから決定される応力が強め合う領域及び応力緩和域の設定だけでは十分でない。さらに、き裂相互作用は至近の2つのみの関係で決まるのではなく、ある影響範囲に存在するき裂すべてを考慮する必要があり、これらの影響を正確に評価する為には、有限要素法等を用いた数値的な検討が不可欠となる。

そこで本研究では、さまざまな位置や長さの関係にある複数き裂の相互作用について有限要素法を用いて定量的な評価を行った。まず最初に接近する2つのき裂のみを対象とし、これらの2次元的な位置関係及び長さ関係の変化によってき裂先端の応力状態がどのようになるかを解析し、接近する2つのき裂の成長挙動について考察した。次に複数のき裂に対し、それぞれの位置と長さを入力条件として与えることで有限要素メッシュを自動生成するプログラムを開発した。そして、これを用いて時々刻々と変化する複数のき裂の相互作用を有限要素法を用いて数値的に求め、これを反映したき裂進展シミュレーションを行った。その結果、接近する2つのき裂の成長挙動に関する知見を得るとともに、EAC試験で観察される典型的なき裂の分布パターンを再現することができた。

2. 2つのき裂の相互作用の解析

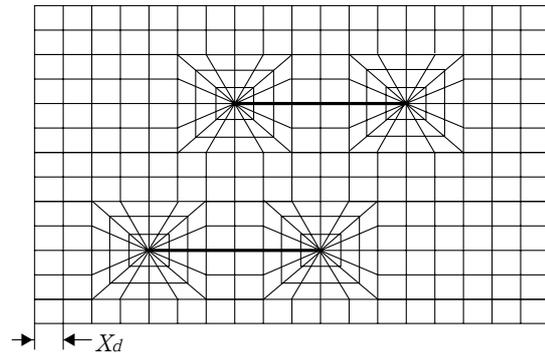


図1 2つの貫通き裂を含む有限要素モデル

一直線上に並んだ2つのき裂の内側の先端においては、その距離が小さくなるに従って互いに強め合い、 J 値（または K 値）は、き裂が単独で存在する場合より大きくなる。逆に、2つのき裂が並列に並んだ場合は、互いに緩和し合い、 J 値が小さくなる。ここではFig.2のように、2つのき裂が水平方向に x 、垂直方向に y の位置にあるときの J 値について有限要素法を用いて調べた。

2.1 解析条件

き裂は平面上に存在する貫通き裂を想定し、有限要素として8節点平面応力要素を用いた。き裂先端の要素は中間節点を1/4先端方向へ移動させることで、き裂先端の特異性を表現しFig.1に示すようなメッシュを作成した。そして、有限要素計算には汎用有限要素プログラムABAQUSを用いた。解析はFig.2で定義される位置関係にある2つのき裂を対象として、弾性計算により解析を行った。 J 値の計算には仮想き裂進展法を用い、き裂周りの4経路に関する計算値の平均を用いる。経路毎の J 値の差は高々0.1%程度であった。

2.2 解析結果及び考察

2つのき裂長さが同じ c ($=c_1=c_2$)である場合について、2つのき裂の相対位置と J 値との関係を解析した結果をFig.3～Fig.5に示す。計算は 1×1 mmの平面の中心にFig.2のうよな長さ $c=50 \mu\text{m}$ の2つのき裂が存在し、き裂直角方向に一樣応力を負荷する

ことを想定し実施する．また，Fig.1に示す X_d は $5\mu\text{m}$ と設定した．従って平面全体は 200×200 の基本となる正方形の要素で分割され，き裂はその基本要素20個相当の長さとしてモデル化される．そして， y 及び x はき裂長さ c で， J 値についてはき裂が単独で平面中央部に存在する場合の値 J_0 で正規化している． y/c の最低値が0.4であるのはメッシュ上の制約による．ここでの J 値はすべてFig.2に示したCrack2の左側先端での計算値である．すなわち，同じ長さのき裂を対象とした場合， $x/c=2.0$ と $x/c=-6$ は $x=2c$ の位置にある時のCrack2のそれぞれ内側の先端と外側の先端を示すことになる．

Fig.4は $y/c=0.4$ の位置での x/c に対する J 値を示しているが，この図より $x/c=0$ 及び -3.6 の2つのピークが確認できる．ここで， $x/c=0$ はき裂先端がちょうど重なった位置での内側， $x/c=-3.6$ は2のき裂が $0.4c$ だけ重なった位置の外側の先端を示す．一方， $x/c=-0.5\sim-2.2$ の間で J/J_0 は1以下となる．この領域が従来言われている応力緩和域に相当し⁽⁴⁾⁽⁵⁾， $x/c=-1.5$ つまり2つのき裂が $c/2$ 重なった位置の内側の先端では J/J_0 はほとんど0となる． y/c に対する J 値の変化はFig.3及びFig.5に示すように $y/c=4$ ですべての x に対しほぼ $J/J_0=1$ となり，これが同じ長さの2つのき裂の相互作用の範囲と考えることができる．

Fig.4より，き裂が y 方向に並ぶと互いに緩和し合い J 値は減少することがわかった．次に，長さの違う2つのき裂が y 方向に並列に並ぶ位置，すなわち $x=-(c_1+c_2)$ の位置でかつ y 方向の距離が $2c_1$ に固定された状態において， c_2 に対して J 値がどのように変化するか解析した結果をFig.6に示す．ここでは，き裂長さ $c_1=100\mu\text{m}$ 一定とし，他の条件は先のFig.3での解析と同じとした．結果の J 値はそれぞれ

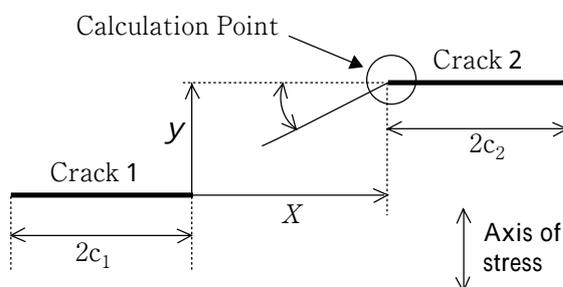


図2 き裂位置の定義

の長さのき裂が単独に平面中央に存在した場合の J 値で正規化している．Crack2に比べ，相対的に長いCrack1の方が J 値の減少の影響が少ないことがわかる．その差はき裂長さの差に対し単調増加となる．従って，き裂進展速度(dc/dt)がき裂長さの関数になると仮定した場合， $dc_1/dt > dc_2/dt$ であるので，2つのき裂長さの差は時間とともに増大することになる．さらに，Fig.7は同様の解析条件でき裂長さを $c_1=50\mu\text{m}$ ， $c_2=c_1/2$ に固定して y を変化させた場合の関係について示したものであるが， $y/c_1=1$ でCrack2の $J/J_0=0$ となることより，短いき裂は，長いき裂の成長に伴いやがて成長が停滞すると考えられる．一方，長い方のき裂の J 値の変化は， y 方向の距離に対しては少なく短いき裂の存在にあまり影響されないことが分かる．

2.3 接近した2つのき裂の成長挙動

以上のことから，2つのき裂先端が接近するに伴いき裂先端の応力状態は相互作用により強め合う．また，ある程度接近したき裂は合体することが試験的に確認されている⁽⁶⁾⁽⁷⁾．き裂が合体する条件については試験により調べられたいくつかの報告がある⁽⁷⁾⁽⁸⁾．この中では，合体の条件として以下の様な式が提案されている．

$$y < H \times (2c_1 + 2c_2) \quad (1)$$

$H = 0.16$ (S15C鋼，疲労)⁽⁷⁾
 $H = 0.11$ (SUS304鋼，疲労)⁽⁷⁾
 $H = 0.143$ (Mn-Cr鋼，腐食疲労)⁽⁸⁾

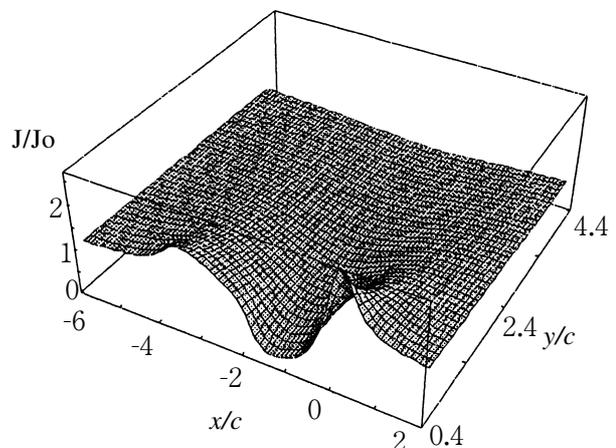


図3 き裂の位置と J 値の関係

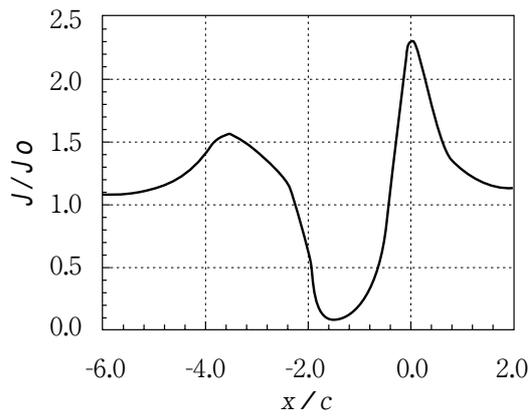


図4 水平方向距離に対するJ値の変化 ($y/c=0.4$)

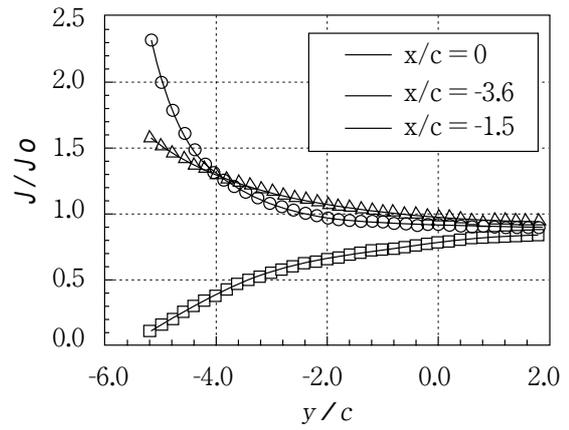


図5 垂直方向距離に対するJ値の変化

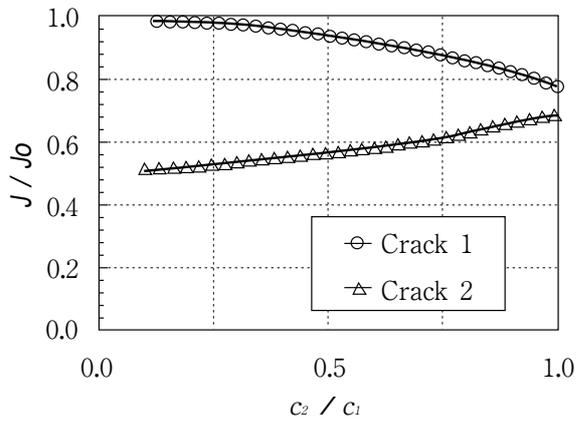


図6 Crack2の長さに対するJ値の変化
($y=2c_1, x=(c_1+c_2)$)

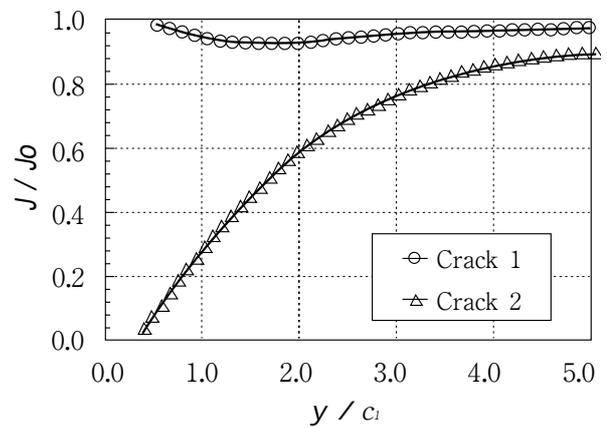


図7 長さの違うき裂の垂直方向距離とJ値の関係 ($c_1=c_2 \times 2, x=(c_1+c_2)$)

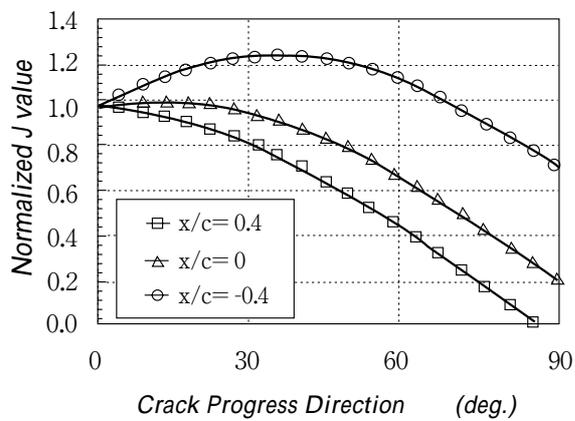


図8 接近するき裂の進展方向指向性 ($y/c=0.4$)

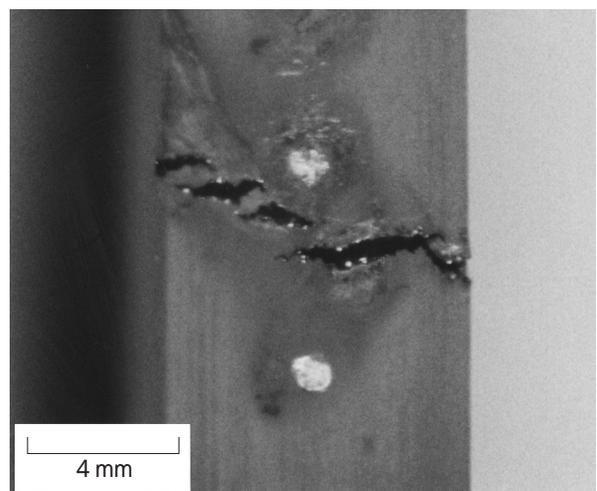


図9 EACによる複数き裂の例

ここで、 H は試験から求まる定数で材料等により変化すると考えられる。この値は、Fig.5で2つのき裂の相互作用の範囲が $y/c=4$ つまり $H=1$ であったことを考慮すればかなり小さい値となっている。これについては以下の考察ができる。Fig.8はFig.3の解析条件で $y/c=0.4$ 、 $x/c=-0.4, 0, 0.4$ の位置関係にある同じ長さ c の2つのき裂の進行方向角度 (Fig.2における角度 θ) に対する J 値変化、つまり進行方向の指向性を示したものである。進行方向角度に対する J 値は仮想き裂進展の方向をそれぞれに想定することで得られる。それぞれの値はき裂が直進する $\theta=0$ の場合の J 値で正規化している。2つのき裂が接近する場合、 x は徐々に小さくなり0になった時点で2つのき裂先端がすれ違うことを示すが、この図より、き裂の進行方向の指向性として $x/c=0.4$ の場合を含め、相互作用が最大を示す $x/c=0$ の位置であっても、き裂は互いに接近する方向ではなく直進する指向性が強いことがわかる。そして $x/c=0$ を越えて徐々に互いに接近する指向性が強くなる。試験でも、接近したき裂先端が一度すれ違った後、進行方向を変化させ、き裂が合体する様子が観察されている⁽⁶⁾⁻⁽⁹⁾。しかし、Fig.4に示すようにき裂先端がすれ違った後は急速に応力が緩和し合う為、互いに接近し合体する方向の成長速度が遅くなり、合体せずに成長が停滞することも考えられる。その為、合体条件 H が相互作用の範囲と比較し小さい値となっていると考えられる。

一方、合体せずに互いのき裂の応力緩和域の中で成長が停滞したき裂先端と反対側のき裂の挙動を考えると、成長が停滞するき裂先端は $x/c=-1.5$ 付近の応力緩和域にあると考えられるが、逆側のき裂先端つまり $x/c=-2.5$ 付近では応力が強められ成長速度が速くなる。このように、き裂の合体が発生しない場合でも接近したき裂は相互に影響を及ぼし、単独で存在するより速い成長速度で進展すると考えられる。このことは、接近したき裂の挙動を考える場合、き裂が合体するか否かのみではなく、応力が強め合ったり緩和し合うといった相互作用を考慮する必要があることを意味する。

Fig.9は、断面 8×8 mmのSUS304鋼を250 MPaの溶存酸素を含む加圧水型原子炉一次系模擬水中において、応力250MPa、応力振幅 R (最小応力/最大応力)

0.9という条件⁽¹⁰⁾で試験を実施した後のき裂の発生状況である。この試験片ではき裂が合体した明確な痕跡は認められないが、上記のように、き裂先端が互いの応力緩和域において停滞し段違いに分布している様子が見られる。またこの場合、このき裂群の最大の J 値はき裂が単独で存在する場合のそれに比べ大きくなっていると考えられる。このようなき裂分布の形態は疲労や他のEAC事象でも確認されている⁽⁶⁾。

以上のことから、接近する2つのき裂の進展プロセスを以下のようにまとめることができる。

接近する $y/c < 4$ にある2つのき裂は、互いに影響を及ぼし合い成長速度が接近に伴い加速する。 y/c の値が十分に小さい接近したき裂は、合体し1つのき裂となる。

合体せずにすれ違った場合、 $y/c = -1.5$ 付近の応力緩和域までき裂先端が進展し成長が停滞する。合体しない場合でも、停滞した側とは逆のき裂先端では応力が強められ成長が加速する。そして、Fig.9のように段違いの位置関係を保ちながら、あたかも一つのき裂のように単独で存在するより速い成長速度で進展する。

接近した2つのき裂長さが大きく違えば、短い方のき裂は長いき裂の応力緩和域に包含され、やがて進展が停滞する。

3. 複数のき裂進展シミュレーションによる解析

前章で考察した接近した2つのき裂の進展挙動を計算機上で再現し、時間軸に対する検討を行うとともに、モンテカルロ法を用いて実際のき裂進展をシミュレートする。

3.1 メッシュ生成プログラム

シミュレーションにおいて成長と共にき裂先端の位置が変化する複数のき裂の解析を行う為、それぞれのき裂の位置と長さを入力条件として与えることで、有限要素メッシュを自動生成するプログラムを開発した。このプログラムは、複数のき裂を含む有限要素メッシュを、基本となる平面を覆う格子状の

要素にFig.10に示すようなき裂周りの要素をはめ込むように定義することで実現する。そして、き裂先端位置がこの基本となる格子より dx 及び dy ずれた状態を、Fig.10のように先端周りのメッシュを歪ませることで表現する。き裂は x 方向のみに進展するものとし、 dx の絶対値が $X_d/2$ より大きくなればき裂先端は次の格子へと移行する。 dx の大きさによりき裂先端周りの歪み量が増えるが、これによる J 値の誤差は最高で約3%であった。

3.2 シミュレーションの条件

シミュレーションではFig.9で示したSUS304鋼のEACによるき裂進展を想定する。 $1 \times 1\text{mm}$ ($X_d=10 \mu\text{m}$)の2次元平面に貫通き裂が発生、進展すると仮定し、荷重条件は300MPaの一定引張り荷重で、温度、水質等はFig.9の条件と同じとする。この条件でのき裂進展速度 (dc/dt) は次式のように近似できることが試験により確認されている⁽¹⁰⁾。

$$dc/dt = 2.1 \times 10^{-13} (J/E)^{1.08} \dots (2)$$

ここで E はヤング率で $E=2.058 \times 10^{11}(\text{N/m}^2)$ 、また単位は dc/dt については m/s 、 J は N/m である。き裂は後に説明する仮定に基づいて発生し、その後(2)式

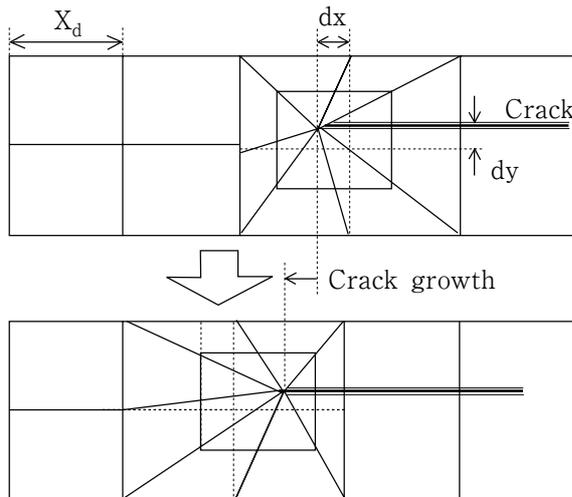


図10 移動するき裂先端周りの有限要素メッシュ

の進展速度で成長するものとする。 J 値は最初100時間毎に計算され、これを1ステップと定義する。また、同一ステップでの成長速度は一定とする。ただし、1ステップの時間刻みは1ステップ当たりの進展長さが X_d を越えないよう制御する。そして、すべてのき裂先端の中で最大の J 値がある値 $J_f=500(\text{N/m})$ を越えた時点でシミュレーションを終了し、その時間を t_f とする。

また、材料の塑性の影響については次式のRamberg-Osgoodタイプのひずみと応力の関係を仮定する。

$$\epsilon = \frac{\sigma}{E} + \left(\frac{\sigma}{F} \right)^{1/n} \dots (3)$$

ここで、 σ_y は降伏応力で $\sigma_y=253(\text{MPa})$ 、 F 及び n は塑性係数で $F=560.6(\text{MPa})$ 、 $n=0.532$ とする。

3.3 き裂合体の影響の検討

前章において、接近する2つのき裂は合体しない場合でも互いに応力を強め合いながら速い成長速度で進展していくことを述べた。ここでは、この進展挙動についてシミュレーションにより成長速度や t_f へ与える影響を評価する。き裂の距離 y が $H=0.2$ で

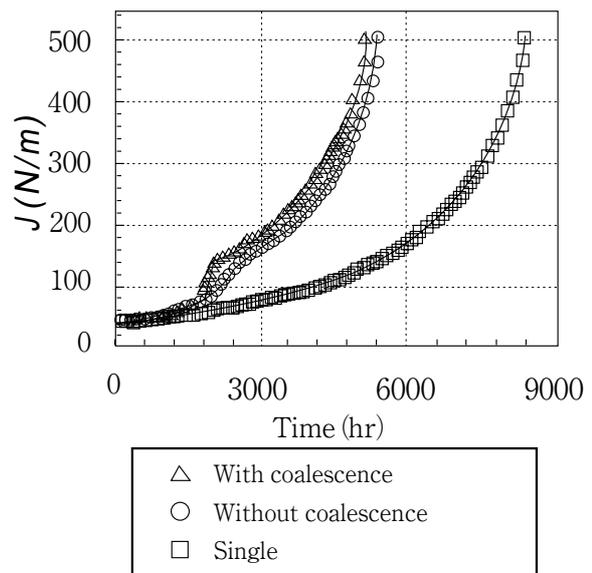


図11 2つの接近するき裂のき裂進展シミュレーション

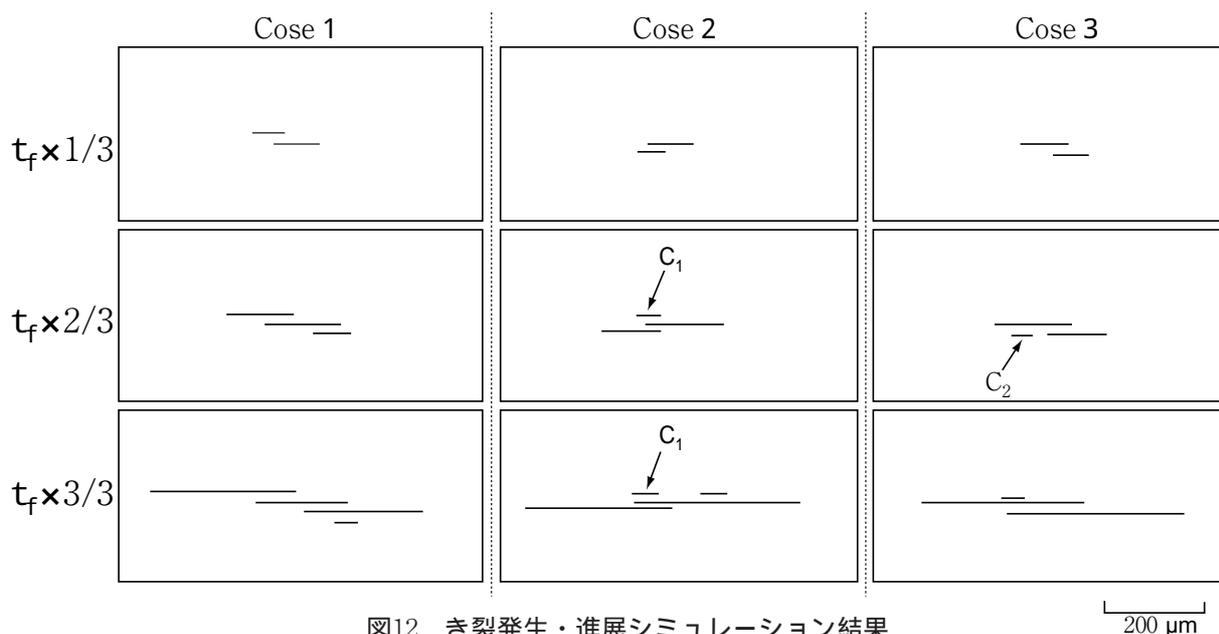


図12 き裂発生・進展シミュレーション結果

ある同じ長さの2つのき裂が接近する場合について解析を行った。解析では、最初 $x=2c$ の位置にある2つのき裂が進展し、 $x=0$ において合体する場合と合体せずすれ違う場合のき裂進展をシミュレートした。そして、時間に対する J 値の変化を調べ、結果をFig.11に示した。ここではき裂が単独で成長する場合のカーブも合わせて示す。合体の有無にかかわらず、き裂先端の J 値は $x=0$ 以降も同じような傾きで成長していることがわかる。そして t_f の値は、合体しない場合でも単独で成長するよりはるかに短い結果となっている。合体した場合と比較すると若干長いですが、計算上では合体は $x=0$ になった時点で即時に発生するとしているので、合体時にき裂長さは y 方向に瞬時に進展したことになる。従って、この進展量による差を考慮すると、接近した2つのき裂の J 値の変化はき裂が合体しない場合でも合体し長いき裂になった場合と同じ速度で増加し、結果として t_f はほぼ同じになるという結論を得ることができる。

3.4 き裂進展シミュレーション

き裂を乱数を用いて発生させ、相互の影響を考慮しながら成長する様子を計算機上で再現する。ステンレス鋼のEACによるき裂の発生は、応力の影響を受けることが試験的に明らかになっている⁽¹¹⁾。そ

こで、本シミュレーションにおいてき裂の発生は、この応力の影響を考慮した以下のプロセスに従うとする。

き裂発生起点としてメッシュ作成時に用いた正方形の基本要素を仮定し、全基本要素それぞれにき裂発生抵抗として一様乱数 R_i を与える。

各基本要素に対し、ステップ毎に有限要素法により計算されたそれぞれの点におけるMises応力に R_i をかけた値を蓄積させる。

き裂は計算開始時に1個、それ以降は1個/2000時間の割合で発生するものとし、発生する箇所は蓄積された値が最大である基本要素内の点を乱数で決定する。

き裂発生時の長さは $50\mu\text{m}$ とし、発生したき裂は(2)式に従って成長させる。そして、全てのき裂の中で最大の J 値が J_c を越えるまで計算を繰り返す。き裂の合体については、Fig.11の結果より合体の有無にかかわらず t_f はほぼ同じであることから、メッシュ上の制約に従ってき裂がすれ違えない場合のみ合体させるものとし、それ以外の合体は発生しないものとする。

Fig.12にき裂発生抵抗 R_i を決定する乱数を変えた3ケースについてのき裂発生及び進展の様子を時間毎に示す。またTable1にそれぞれの計算結果概要を示す。ここでSingleとあるのは、き裂が最初の1つのみ発生し、その後単独で成長した場合の結果であ

る。き裂は時間とともに成長していくが、相互作用により、いずれのケースでもFig.9で見られたように段違いな分布をする傾向にある。また、Case2のC1に示すように、相対的に短いき裂は長いき裂の応力緩和域では成長が停滞する様子も観察できる。時間 t_f で見ると、3つのケースのいずれにおいても同じような値となっており、き裂が単独で成長する場合より小さい。Case3のC2き裂ではき裂の合体が発生しているが、これまで述べてきたように合体が発生しなかったCase1,2と比較し、 t_f の差は見られなかった。また、最終的に一番長いき裂の長さをみると、いずれのケースもき裂が単独で存在するより短くなっている。このことは、実際に複数のき裂が分布する機器の評価をする場合には、それぞれのき裂を単独で評価するのではなく、き裂相互の影響を考慮して評価する必要があることを示唆する。

表1 シミュレーション結果

	t_f (hr)	Maximum crack length (μm)
Case 1	7510	299.7
Case 2	7910	329.3
Case 3	7610	349.3
Single	8310	530.1

4. 結言

本研究では、まず2つのき裂の相互作用について有限要素法を用いた検討を行った。それにより接近する2つのき裂成長の進展プロセスについて考察した。また、複数のき裂に対し、それぞれの位置と長さを入力条件として与えることで、有限要素メッシュを生成するプログラムを開発し、これにより複数のき裂を対象としたき裂進展シミュレーションを行った。これらの解析により以下の知見を得ることができた。

- (1) き裂の相互作用として、き裂が互いに強め合う位置関係と緩和し合う位置関係が存在する。そして、その影響範囲はおおよそ $y/c < 4$ である。
- (2) 2つのき裂が接近すると合体する場合があるが、その条件は相互作用を及ぼし合う範囲に比べか

なり限られている。

- (3) 長さの違うき裂では、長いき裂は短いき裂の影響をあまり受けず、逆に短いき裂は長いき裂の影響により成長が停滞することもありうる。
- (4) 接近したき裂が合体しないですれ違った場合でも、相互作用の範囲内であれば互いに強め合い、単独で存在するより速く成長する。また、 J 値の変化で見れば、き裂が合体する場合とほぼ同じ成長になる。
- (5) 複数のき裂が段違いに分布する形態はき裂の相互作用によるもので、これらのき裂評価を行う場合は、それぞれ独立なき裂と見ると正確な評価はできない。

文献

- (1) Nakayama, G., Akashi, M. and Ohtomo, A., ISIJ Int., 31-2 (1991), 223-228.
- (2) Y.-Z. Wang, K. Ebtehaj, D. Hardie and R. N. Parkins, Corrosion Science, 37-11 (1995), 1705-1720.
- (3) 北川英夫, 中曽根祐司, 材料, 33-364 (1984), 14-20.
- (4) 藤山一成, 材料, 45-1 (1996), 137-142.
- (5) 多田直哉, 北村隆行, 大谷隆一, 機論, 56-524, A (1990), 28-34.
- (6) R. N. Parkins, W. K. Blanchard Jr. and B. S. Delanty, Corrosion, 50-5 (1994), 394-408.
- (7) Ochi, Y., Ishii, A. and Sasaki, S, Fatigue Fract. Engng. Mater. Struct., 8-4 (1985), 327-339.
- (8) Y.-Z. Wang, K. Ebtehaj, D. Hardie and R. N. Parkins, Corrosion Science, 37-11 (1995), 1651-1675.
- (9) P. J. E. Forsyth, Int. J. Fatigue, 5-1 (1983), 3-14.
- (10) 千葉吾郎, 光田弘道, 中島宣雄, 戸塚信夫, D. R. Tice, 機構論, No98-3 (1998), 129-130.
- (11) 釜谷昌幸, 千葉吾郎, 光田弘道, 中島宣雄, 戸塚信夫, D. R. Tice, 材料と環境'99 講演集 (1999), 169-172.